

Θεωρητικά σημεία

Ορισμός : Συνάρτηση από ένα σύνολο A σε ένα σύνολο B , λέγεται μια διαδικασία (κανόνας) με την οποία κάθε στοιχείο του συνόλου A αντιστοιχίζεται σε ένα ακριβώς στοιχείο του συνόλου B .

“ Έχοντας κατά νου ένα απλοϊκό παράδειγμα, μπορούμε να έχουμε μια εικόνα για το πως λειτουργεί μια συνάρτηση!

Για παράδειγμα,

- την αντιστοίχιση του barcode κάθε προϊόντος, με την αξία του σε €
- την αντιστοίχιση κάθε μαθητή, στο αντίστοιχο τμήμα
- την αντιστοίχιση κάθε γωνίας ω , σε ένα συγκεκριμένο ημίτονο
- την αντιστοίχιση κάθε πολίτη, στον αριθμό της ταυτότητας του
- την αντιστοίχιση της ακτίνας ρ ενός κύκλου, στο εμβαδόν του
- κλπ

...φυσικά εύκολα γίνεται αντιληπτό, ότι μια τέτοια διαδικασία μερικές φορές περιγράφεται από κάποιον μαθηματικό τύπο ενώ κάποιες άλλες όχι!”

Συμβολισμός

- Οι συναρτήσεις παριστάνονται συνήθως με μικρά γράμματα f , g , h , κλπ του λατινικού ή ελληνικού αλφαβήτου.
- Αν με μία συνάρτηση f θέλουμε να αντιστοιχίσουμε τιμές x που ανήκουν στο σύνολο A , σε τιμές y του συνόλου B , τότε θα γράφουμε :

$$y = f(x)$$

και θα προφέρουμε ως “ y ίσον f του x ” ή “η τιμή της f στο x , είναι y ”

- Η παραπάνω συνάρτηση συμβολίζεται επιπλέον ως εξής:

$$f: A \rightarrow B$$

$$x \rightarrow f(x)$$

- Το σύνολο A , θα είναι το πεδίο ορισμού ή σύνολο ορισμού της f . Είναι το σύνολο

από το οποίο επιτρέπεται “να παίρνουμε τιμές για το x ”.

- Το σύνολο που περιέχει “όλα τα αποτελέσματα της αντιστοίχισης”, “όλα τα $y / f(x)$ που μπορούν να προκύψουν”, δηλαδή τις τιμές $f(x)$ για όλα τα $x \in A$, θα λέγεται **σύνολο τιμών** της f και το συμβολίζουμε ως $f(A)$.
- Το x θα είναι η **ανεξάρτητη μεταβλητή** μας, αφού εμείς το επιλέγουμε μέσα από όλα τα $x \in A$. Ενώ, το y θα λέγεται **εξαρτημένη μεταβλητή**, μιας και εξαρτάται από το x που θα επιλεγεί.

Πότε ορίζεται μία συνάρτηση;

Για να μπορεί να ορισθεί μία συνάρτηση, θα πρέπει να δοθούν τρία στοιχεία :

- Το πεδίο ορισμού της A
- Το σύνολο B
- Το $f(x)$ για κάθε $x \in A$.

Πως βρίσκω το πεδίο ορισμού μιας συνάρτησης;

- ✓ σε όλες της πολυωνυμικές συναρτήσεις, πεδίο ορισμού θα είναι όλο το σύνολο των πραγματικών αριθμών, δηλαδή το \mathbb{R} .
- ✓ σε συναρτήσεις που περιέχουν κλάσματα, πεδίο ορισμού θα είναι το \mathbb{R} εκτός από τις τιμές που μηδενίζουν τους παρονομαστές.
- ✓ σε συναρτήσεις που περιέχουν ρίζες, πεδίο ορισμού θα είναι οι τιμές του \mathbb{R} για τις οποίες η υπόριζη ποσότητα είναι μη – αρνητική.

Ασκήσεις

1 Να υπολογισθούν οι τιμές $f(0), f(2)$ και $f(-2)$, της συνάρτησης $f(x) = x^3 - x^2 + x$.

2 Να περιγραφεί ως συνάρτηση η έκφραση “το γινόμενο της μάζας ενός ανθρώπου με τον αριθμό 10”.

3 Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων :

- $f(x) = 5x^2 + 6x - 2$
- $g(x) = (x - 2)(x + 2)$

4 Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων :

$$\blacklozenge f(x) = \frac{5x}{x^2 - 4x + 4}$$

• $h(x) = \frac{2x+6}{x-3}$

• $\varphi(x) = \sqrt{x-7}$

• $\zeta(x) = \sqrt{x^2+7}$

◆ $g(x) = \sqrt{x^2-25}$

◆ $h(x) = \sqrt{x-5} - \frac{2}{x^2-5x+6}$

◆ $\varphi(x) = \frac{\sqrt{3x^2-10x+3}}{x^2-36}$

◆ $w(x) = \sqrt{\frac{x^2-49}{x^2-7x+12}}$