

☞ Για την εφαπτομένη ( $\epsilon$ ) της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $x_0$ , προσέχουμε τα εξής :

- η εφαπτομένη είναι μια ευθεία και όπως κάθε ευθεία, έχει εξίσωση της μορφής

$$(\epsilon) : y = ax + \beta$$

- ο συντελεστής διεύθυνσης (ή κλίση) της εφαπτομένης, είναι ίσος με την παράγωγο της  $f$  στο σημείο αυτό, δηλαδή  $a = f'(x_0)$

- το σημείο  $(x_0, f(x_0))$  αποτελεί το σημείο επαφής, επομένως ανήκει και στην εφαπτομένη ( $\epsilon$ ), δηλαδή θα έχουμε  $f(x_0) = ax_0 + \beta$ , η εξίσωση αυτή, μας οδηγεί στην εύρεση του  $\beta$

- ο συντελεστής διεύθυνσης (ή κλίση) της εφαπτομένης ( $\epsilon$ ), όπως άλλωστε και σε κάθε ευθεία θα είναι ίσος με την εφαπτομένη της γωνίας  $\omega$  που σχηματίζει η ( $\epsilon$ ) με τον άξονα των τετμημένων  $x'x$ , δηλαδή,  $a = \epsilon\phi\omega$  και συνεπώς  $f'(x_0) = \epsilon\phi\omega$  η εξίσωση αυτή μας οδηγεί :

(α) στην εύρεση του σημείου  $x_0$  στο οποίο η εφαπτομένη ( $\epsilon$ ) σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία  $\omega$

(β) στην εύρεση της γωνίας που σχηματίζεται μεταξύ της εφαπτομένης ( $\epsilon$ ) στο σημείο  $(x_0, f(x_0))$  και του άξονα  $x'x$

- αν η εφαπτομένη ( $\epsilon$ ) :  $y = ax + \beta$  είναι παράλληλη σε μια ευθεία ( $\eta$ ) :  $y = \lambda x + \epsilon$ , τότε ο συντελεστής διεύθυνσής της θα είναι ίσος με  $\lambda$ , δηλαδή  $a = \lambda$

η εξίσωση αυτή θα μας οδηγήσει στην εύρεση των τετμημένων των σημείων της  $C_f$  στα οποία η εφαπτομένη ( $\epsilon$ ) είναι παράλληλη με την ευθεία ( $\eta$ ), δηλαδή θα λύσουμε την εξίσωση  $f'(x_0) = \lambda$  και θα βρούμε το σημείο (ή τα σημεία) στα οποία η εφαπτομένη της  $C_f$  έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda$

- αν η εφαπτομένη (ε) :  $y = ax + \beta$  είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$  τότε ο συντελεστής διεύθυνσής της θα είναι ίσος με 0, δηλαδή  $\alpha = 0$

η ισότητα αυτή θα μας οδηγήσει στην εύρεση των τετμημένων των σημείων της  $C_f$  στα οποία η εφαπτομένη (ε) είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$ , δηλαδή θα λύσουμε την εξίσωση  $f'(x_0) = 0$  και θα βρούμε το σημείο (ή τα σημεία) στα οποία η εφαπτομένη της  $C_f$  έχει συντελεστή διεύθυνσης 0
- αν η εφαπτομένη (ε) :  $y = ax + \beta$  είναι κάθετη σε μια ευθεία (η) :  $y = \lambda x + \epsilon$ , τότε το γινόμενο των κλίσεων τους θα είναι ίσο με  $-1$ , δηλαδή  $\alpha \cdot \lambda = -1$

η ισότητα αυτή θα μας οδηγήσει στην εύρεση των τετμημένων των σημείων της  $C_f$  στα οποία η εφαπτομένη (ε) είναι κάθετη με την ευθεία (η), δηλαδή θα λύσουμε την εξίσωση  $f'(x_0) = -\frac{1}{\lambda}$  και θα βρούμε το σημείο (ή τα σημεία) στα οποία η εφαπτομένη της  $C_f$  είναι κάθετη στην ευθεία (η)

☞ Οι εφαπτομένες των γωνιών που οφείλουμε να γνωρίζουμε :

$\omega$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$120^\circ$	$135^\circ$	$150^\circ$
εφω	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$