

Πυθαγόρειο Θεώρημα και Εμβαδά βασικών σχημάτων (ωραία άσκηση)

Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = 17\text{cm}$ και $A\Gamma = 10\text{cm}$ φέρνουμε το ύψος $A\Delta$.
Εάν γνωρίζουμε ότι $B\Delta = 15\text{cm}$, να δώσετε απάντηση στα παρακάτω
ζητήματα:

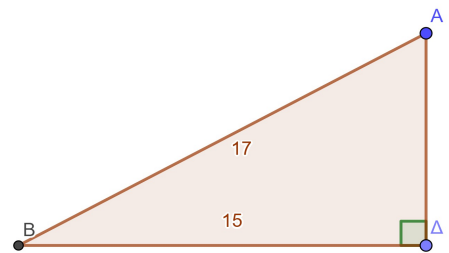
- i) να κάνετε το κατάλληλο σχήμα
- ii) να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$
- iii) να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$
- iv) να εξετάσετε εάν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο

Ενδεικτική απάντηση:

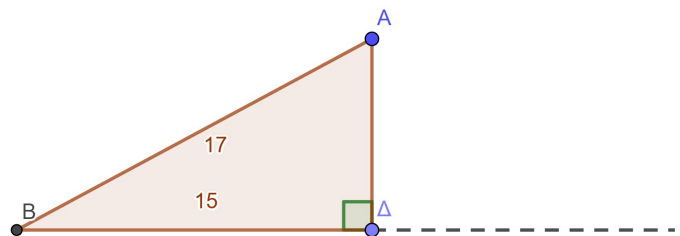
i)

- Αρχικά, θα σχεδιάσουμε την πλευρά AB κι έπειτα το τμήμα $B\Delta$ ώστε να δημιουργηθεί το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Delta$ για το οποίο είμαστε βέβαιοι για το πως θα σχεδιαστεί.

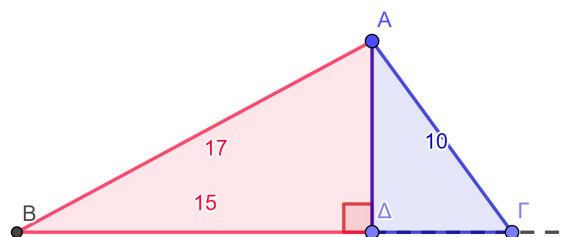
(γνωρίζουμε το μήκος των πλευρών AB , $B\Delta$ καθώς και ότι $A\Delta$ είναι ύψος, κάτι που μας δείχνει ότι $A\Delta \perp B\Delta$ ή με άλλα λόγια ότι η γωνία Δ είναι ορθή)

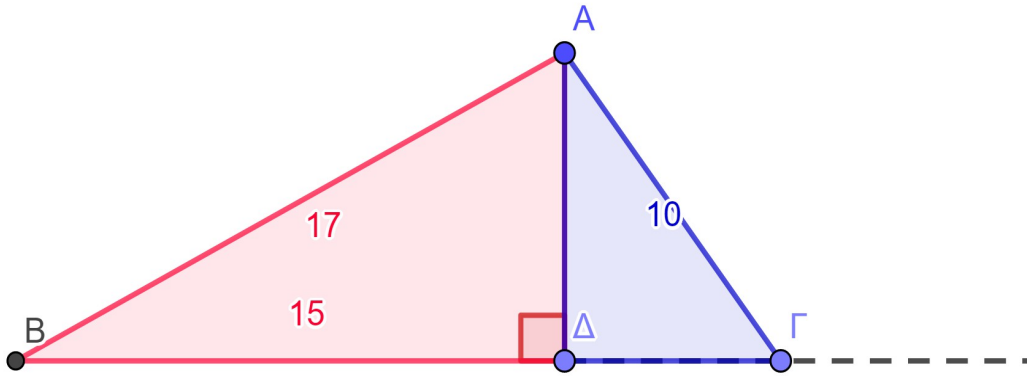


- Επόμενο βήμα μας είναι το να προεκτείνουμε την $B\Delta$:



- Τελικό μας βήμα είναι το να φέρουμε σημείο Γ στην προέκταση της $B\Delta$, ώστε $A\Gamma = 10\text{cm}$





ii) Θέλουμε να βρούμε την περίμετρο του ABΓ όμως δεν γνωρίζουμε την πλευρά ΒΓ μιας και δεν δίνεται το τμήμα ΔΓ. Θα το αναζητήσουμε λοιπόν μέσα από δύο Π.Θ.

- Εφαρμόζοντας Π.Θ. Στο τρίγωνο ABΔ θα έχω:

$$AB^2 = BΔ^2 + AΔ^2$$

$$17^2 = 15^2 + AΔ^2$$

$$289 = 225 + AΔ^2 \text{ και άρα } AΔ^2 = 289 - 225 = 64$$

$$AΔ = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$

- Εφαρμόζοντας Π.Θ. Στο τρίγωνο AΔΓ θα έχω:

$$AΓ^2 = AΔ^2 + ΔΓ^2$$

$$10^2 = 8^2 + ΔΓ^2$$

$$100 = 64 + ΔΓ^2 \text{ και άρα } ΔΓ^2 = 100 - 64 = 36$$

$$ΔΓ = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

Βρήκαμε το τμήμα ΔΓ κι έτσι έχουμε ότι $BΓ = BΔ + ΔΓ = 15 + 6 = 21 \text{ cm}$
 Τελικά, $\text{περίμετρος}_{ABΓ} = AB + BΓ + ΓA = 17 + 21 + 10 = 48 \text{ cm}$

iii) $\text{Εμβαδόν}_{ABΓ} = \frac{BΓ \times AΔ}{2} = \frac{21 \times 10}{2} = \frac{210}{2} = 105 \text{ cm}^2$

iv) Το τρίγωνο ABΓ θα είναι ορθογώνιο εάν ισχύει το Π.Θ., ελέγχουμε λοιπόν:

$$BΓ^2 = AB^2 + AΓ^2$$

$$21^2 = 17^2 + 10^2$$

$$441 = 289 + 100$$

$$441 = 389 \text{ ΔΕΝ ΙΣΧΥΕΙ} \text{ άρα το τρίγωνο ABΓ δεν είναι } \underline{\text{δεν είναι}} \underline{\text{ορθογώνιο}}$$