♦ Με τον τίτλο αυτό καλούμε τις εξισώσεις ή τις ανισώσεις που περιέχουν μια τουλάχιστον **ρίζα**. Για να τις επιλύσουμε θα πρέπει να είμαστε ιδιαίτερα **προσεκτικοί** διότι οφείλουμε να λάβουμε κάποιους αναγκαίους περιορισμούς!

- Για την επίλυση εξίσωσης τι κάνω;

  1. παίρνω περιορισμό → υπόρριζη ποσότητα ≥ 0
  2. μεταφέρω το ένα ριζικό στο 1ο μέλος και όλους τους υπόλοιπους όρους στο 2ο
  3. εάν στο 2ο μέλος υπάρχει κάποιος άγνωστος τότε παίρνω τον επιπλέον περιορισμό (1ο μέλος) ≥ 0
  4. υψώνω και τα δύο μέλη σε δύναμη ίδιας τάξης με το ριζικό του 1ου μέλους
  5. αφότου έχω "διώξει" το ριζικό (ή τα ριζικά) λύνω την πολυωνυμική εξίσωση που προκύπτει
  6. εξετάζω ποιες λύσεις (εάν υπάρχουν) συμφωνούν με τους περιορισμούς που έθεσα

****σημείωση: ο άνω τρόπος επίλυσης δεν είναι μοναδικός****

παράδειγμα

Να λυθεί η εξίσωση $\sqrt{x-2} = 2x+3$

απάντηση

$$\text{περιορισμοί}: \; x-2 \geq 0 \;\textbf{ και }\; 2x+3 \geq 0 \;\Leftrightarrow\; x \geq 2 \;\textbf{ και }\; x \geq -\frac{3}{2} \;\Leftrightarrow\; x \geq 2$$

$$\text{έτσι, για } x \geq 2 \text{ θα έχουμε}: \left(\sqrt{x-2}\right)^2 = (2x+3)^2 \;\Leftrightarrow\; x-2 = 4x^2+12x+9$$

$$\Leftrightarrow\; 4x^2+11x+11 = 0$$

όμως, $\Delta = 11^2 - 4 \cdot 4 \cdot 11 = 121 - 176 = -55 < 0$ καταλαβαίνουμε λοιπόν ότι η δοσμένη εξίσωση δεν έχει πραγματικές λύσεις.

- Για την επίλυση ανίσωσης τι κάνω;
  1. παίρνω περιορισμό → υπόρριζη ποσότητα ≥ 0
  2. μεταφέρω το ένα ριζικό στο 1ο μέλος και όλους τους υπόλοιπους όρους στο 2ο
  3. διακρίνω περιπτώσεις όταν αυτό απαιτείται
  4. υψώνω και τα δύο μέλη σε δύναμη ίδιας τάξης με το ριζικό του 1ου μέλους
  5. επιλύω την πολυωνυμική ανίσωση που προκύπτει
  6. κάνω συναλήθευση της λύσης και των περιορισμών που έχω λάβει

παράδειγμα

Να λυθεί η εξίσωση $\sqrt{x-2} \geq 2x-3$

απάντηση

περιορισμοί : $x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$

έτσι , για $x \geq 2$ θα έχουμε : $\left(\sqrt{x-2}\right)^2 \geq (2x-3)^2 \Leftrightarrow x-2 \geq 4x^2-12x+9$

$\Leftrightarrow 4x^2-13x+11 \leq 0$

όμως , $\Delta = 13^2 - 4\cdot 4\cdot 11 = 169-176 = -7 < 0$ καταλαβαίνουμε λοιπόν ότι το πρόσημο του τριωνύμου είναι ομόσημο του α , δηλαδή θετικό σε όλο το **R.**

Έτσι η άνω ανίσωση θα είναι **αδύνατη** !

***Στο παράδειγμα μας όταν το x είναι μεγαλύτερο ή ίσο του 2, τότε το 2x – 3 είναι μεγαλύτερο ή ισο του μηδενός. Αν αυτό δεν ίσχυε τότε θα διακρίναμε περιπτώσεις (i) 2x – 3 > 0 (ii) 2x – 3 = 0 και (iii) 2x – 3 < 0.**