

## # Ταυτότητες

- ◆ Οι ταυτότητες δεν είναι τίποτε άλλο παρά ισότητες που περιέχουν μεταβλητές και επαληθεύονται για οποιεσδήποτε τιμές των μεταβλητών τους.

- ✓ παράδειγμα

για τυχαία  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  να δείξετε ότι ισχύει  $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$

$$(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \underline{\alpha\beta} + \underline{\beta\alpha} - \beta^2 = \alpha^2 - \beta^2 \text{ απεδείχθη.}$$

- ✓ Οι πιο γνωστές και χρήσιμες ταυτότητες είναι οι εξής

$$(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$$

τετράγωνο αθροίσματος

$$(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$$

τετράγωνο διαφοράς

$$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$$

διαφορά τετραγώνων

$$(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$$

κύβος αθροίσματος

$$(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$$

κύβος διαφοράς

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$$

άθροισμα κύβων

$$\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$$

διαφορά κύβων

$$(\alpha + \beta + \gamma)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + 2\alpha\beta + 2\beta\gamma + 2\gamma\alpha$$

επέκταση τετραγώνου αθροίσματος

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

άθροισμα τετραγώνων

- ✓ παράδειγμα

$$1. \quad (x+2)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$2. \quad (y-3)^3 = y^3 - 3 \cdot y^2 \cdot 3 + 3 \cdot y \cdot 3^2 - 3^3 = y^3 - 9y^2 + 27y - 27$$