

♦ Με τον τίτλο αυτό καλούμε τις εξισώσεις ή τις ανισώσεις που περιέχουν μια τουλάχιστον **ρίζα**. Για να τις επιλύσουμε θα πρέπει να είμαστε ιδιαίτερα **προσεκτικοί** διότι οφείλουμε να λάβουμε κάποιους αναγκαίους περιορισμούς!

➤ Για την επίλυση εξίσωσης τι κάνω;

1. παίρνω περιορισμό  $\rightarrow$  υπόριζη ποσότητα  $\geq 0$
2. μεταφέρω το ένα ριζικό στο 1<sup>ο</sup> μέλος και όλους τους υπόλοιπους όρους στο 2<sup>ο</sup>
3. εάν στο 2<sup>ο</sup> μέλος υπάρχει κάποιος άγνωστος τότε παίρνω τον επιπλέον περιορισμό (1<sup>ο</sup> μέλος)  $\geq 0$
4. υψώνω και τα δύο μέλη σε δύναμη ίδιας τάξης με το ριζικό του 1<sup>ου</sup> μέλους
5. αφότου έχω “διώξει” το ριζικό (ή τα ριζικά) λύνω την πολυωνυμική εξίσωση που προκύπτει
6. εξετάζω ποιες λύσεις (εάν υπάρχουν) συμφωνούν με τους περιορισμούς που έθεσα

**\*\*σημείωση: ο άνω τρόπος επίλυσης δεν είναι μοναδικός\*\***

παράδειγμα

Να λυθεί η εξίσωση  $\sqrt{x-2} = 2x+3$

απάντηση

περιορισμοί:  $x-2 \geq 0$  και  $2x+3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$  και  $x \geq -\frac{3}{2} \Leftrightarrow x \geq 2$

έτσι, για  $x \geq 2$  θα έχουμε:  $(\sqrt{x-2})^2 = (2x+3)^2 \Leftrightarrow x-2 = 4x^2+12x+9$   
 $\Leftrightarrow 4x^2+11x+11 = 0$

όμως,  $\Delta = 11^2 - 4 \cdot 4 \cdot 11 = 121 - 176 = -55 < 0$  καταλαβαίνουμε λοιπόν ότι η δοσμένη εξίσωση δεν έχει πραγματικές λύσεις.

➤ Για την επίλυση ανίσωσης τι κάνω;

1. παίρνω περιορισμό  $\rightarrow$  υπόρριξη ποσότητα  $\geq 0$
2. μεταφέρω το ένα ριζικό στο 1<sup>ο</sup> μέλος και όλους τους υπόλοιπους όρους στο 2<sup>ο</sup>
3. υψώνω και τα δύο μέλη σε δύναμη ίδιας τάξης με το ριζικό του 1<sup>ου</sup> μέλους
4. επιλύω την πολυωνυμική ανίσωση που προκύπτει
5. κάνω συναλήθευση της λύσης και των περιορισμών που έχω λάβει

παράδειγμα

Να λυθεί η εξίσωση  $\sqrt{x-2} \geq \sqrt{2x-3}$

απάντηση

περιορισμοί :  $x - 2 \geq 0$  και  $2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$  και  $x \geq \frac{3}{2} \Leftrightarrow x \geq 2$

έτσι, για  $x \geq 2$  θα έχουμε :  $(\sqrt{x-2})^2 \geq (2x-3)^2 \Leftrightarrow x-2 \geq 4x^2-12x+9$   
 $\Leftrightarrow 4x^2-13x+11 \leq 0$

όμως,  $\Delta = 13^2 - 4 \cdot 4 \cdot 11 = 169 - 176 = -7 < 0$  καταλαβαίνουμε λοιπόν ότι το πρόσημο του τριωνύμου είναι ομόσημο του  $a$ , δηλαδή θετικό σε όλο το  $\mathbf{R}$  και έτσι η άνω ανίσωση δεν αληθεύει είναι δηλαδή **αδύνατη** !