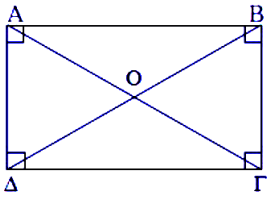
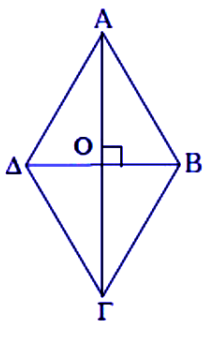
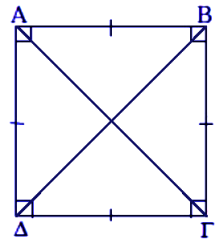


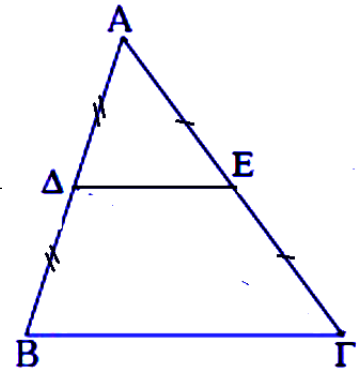
Παραλληλόγραμμο, ονομάζουμε το τετράπλευρο, το οποίο έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες. Στο παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα είδη παραλληλογράμμων, οι βασικές τους ιδιότητες αλλά και κριτήρια απόδειξής τους.

Είδος	Ορθογώνιο	Ρόμβος	Τετράγωνο
Σχήμα			
Ορισμός	Ορθογώνιο ονομάζεται το παραλληλόγραμμο που έχει μία γωνία ορθή.	Ρόμβος ονομάζεται το παραλληλόγραμμο που έχει δύο διαδοχικές πλευρές ίσες.	Τετράγωνο ονομάζεται το παραλληλόγραμμο που είναι ορθογώνιο και ρόμβος.
Ιδιότητες	1. Οι διαγώνιοι του ορθογωνίου είναι ίσες. (2. Όλες του οι γωνίες είναι ορθές.)	1. Οι διαγώνιοι του ρόμβου τέμνονται κάθετα. 2. Οι διαγώνιοι του ρόμβου διχοτομούν τις γωνίες του. (3. Όλες του οι πλευρές είναι ίσες.)	1. Όλες οι πλευρές του είναι ίσες. 2. Όλες οι γωνίες του είναι ορθές. 3. Οι διαγώνιοι του είναι ίσες, τέμνονται κάθετα και διχοτομούν τις γωνίες τους.
Κριτήρια	1. Είναι παραλληλόγραμμο και έχει μια γωνία ορθή. 2. Είναι παραλληλόγραμμο και οι διαγώνιοι του είναι ίσες 3. Έχει τρεις γωνίες ορθές. 4. Όλες του οι γωνίες είναι ίσες.	1. Έχει όλες του τις πλευρές ίσες. 2. Είναι παραλληλόγραμμο και δύο διαδοχικές πλευρές είναι ίσες. 3. Είναι παραλληλόγραμμο και οι διαγώνιοι του τέμνονται κάθετα. 4. Είναι παραλληλόγραμμο και μια διαγώνιος διχοτομεί μια γωνία του.	1. Μια γωνία του είναι ορθή και (α) δυο διαδοχικές πλευρές του είναι ίσες. (β) μια διαγώνιος διχοτομεί μια γωνία του. (γ) οι διαγώνιοι του είναι κάθετες. 2. Οι διαγώνιοι του είναι ίσες και (α) δυο διαδοχικές πλευρές του είναι ίσες. (β) μια διχοτομεί μια γωνία του. (γ) κάθετες.

Εφαρμογές παραλληλογράμμων στα τρίγωνα

(I) Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα **μέσα** των δύο πλευρών ενός τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίσο με το μισό της.

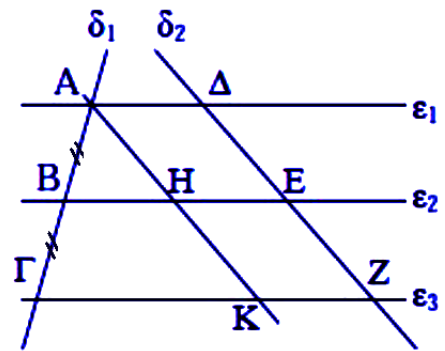
* Στο διπλανό σχήμα το Δ είναι το μέσο της AB και το E είναι το μέσο της AG, επομένως $\Delta E \parallel B\Gamma$ και επιπλέον $\Delta E = \frac{B\Gamma}{2}$.



(II) Αν από το **μέσο** μιας πλευράς ενός τριγώνου, φέρουμε ευθεία **παράλληλη** προς μια άλλη πλευρά του, τότε η ευθεία αυτή διέρχεται από το μέσον της τρίτης πλευράς του.

(III) Αν τρεις τουλάχιστον παράλληλες ευθείες ορίζουν **ίσα τμήματα** σε μία ευθεία, τότε θα ορίζουν ίσα τμήματα και σε κάθε άλλη ευθεία που τις τέμνει.

* Στο διπλανό σχήμα $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2 \parallel \epsilon_3$ και επιπλέον $AB = B\Gamma$, επομένως κάθε ευθεία που τέμνει τις $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ θα “χωρίζεται” σε ίσα τμήματα. Συνεπώς, $AH = HK$ και $\Delta E = EZ$.

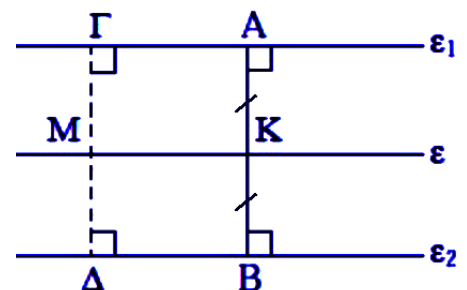


Η μεσοπαράλληλος

Ο **γεωμετρικός τύπος** των σημείων του επιπέδου που ισαπέχουν από δύο παράλληλες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 , είναι μία ευθεία ϵ , η οποία

- ✓ είναι παράλληλη προς τις ευθείες ϵ_1 και ϵ_2
- ✓ διέρχεται από τα μέσα των τμημάτων που έχουν τα άκρα τους στις δύο παράλληλες.

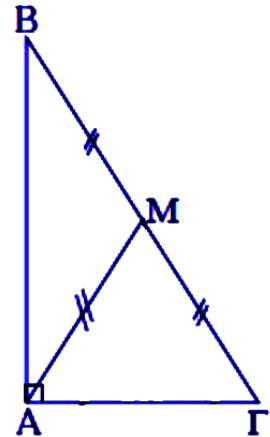
Η ευθεία αυτή, ονομάζεται μεσοπαράλληλος των ευθειών ϵ_1 και ϵ_2 .



Μια όμορφη ιδιότητα του ορθογωνίου τριγώνου

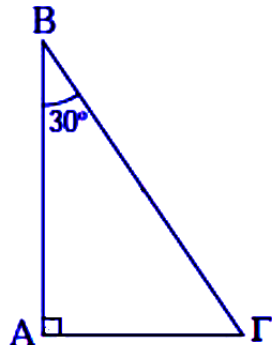
(I) Η **διάμεσος** ορθογωνίου τριγώνου, που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας, είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας.

(II) Αν η διάμεσος ενός τριγώνου, ισούται με το μισό της πλευράς στην οποία αντιστοιχεί, τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με υποτείνουσα την πλευρά αυτή.



* Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο και συνεπώς $AM = BΓ / 2$.

(III) Αν σε ένα **ορθογώνιο** τρίγωνο, μία γωνία είναι **30°**, τότε η απέναντι πλευρά της, θα ισούται με το μισό της υποτείνουσας (και αντίστροφα).

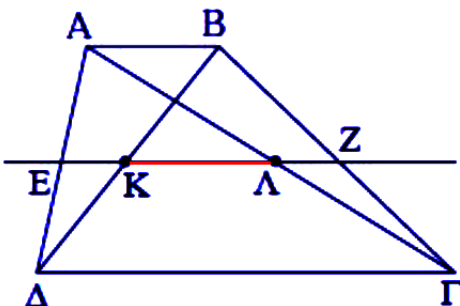
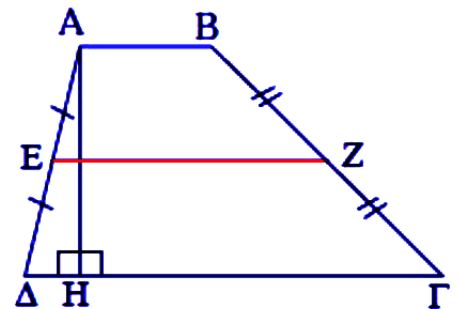


* Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ και η γωνία B είναι 30°, επομένως $AG = BΓ / 2$.

Τραπεζίο

Ορισμός : Τραπεζίο ονομάζεται το κυρτό τετράπλευρο που έχει (μόνο) δύο πλευρές παράλληλες.

- ✓ Οι παράλληλες πλευρές ονομάζονται **βάσεις του τραπεζίου**.
- ✓ Το τμήμα που ενώνει τα μέσα των μη-παράλληλων πλευρών του, λέγεται **διάμεσος**.
- ✓ Η διάμεσος του τραπεζίου είναι **παράλληλη** προς τις βάσεις και ισούται με το **ημιάθροισμά** τους.

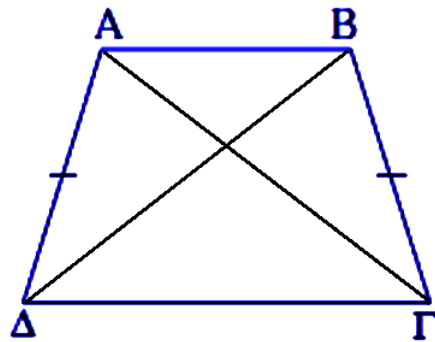


- ✓ Η διάμεσος του τραπεζίου διέρχεται από **τα μέσα K και Λ των διαγωνίων** του και το τμήμα KΛ είναι (παράλληλο) ίσο με την **ημιδιαφορά** των δύο βάσεων.

Ορισμός : Ισοσκελές λέγεται το τραπέζιο του οποίου οι μη-παράλληλες πλευρές είναι ίσες.

Ιδιότητες : Αν ένα τραπέζιο είναι ισοσκελές, τότε

- ✓ οι γωνίες που πρόσκεινται σε μια βάση του είναι ίσες
- ✓ οι διαγώνιοί του είναι ίσες .



Κριτήρια : Ένα τραπέζιο είναι ισοσκελές, όταν ισχύει κάποια από τις δύο ιδιότητές του.