

2° Κριτήριο Αξιολόγησης

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με **Σωστό** εάν η πρόταση είναι σωστή ή με **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Αν f και g είναι δύο συναρτήσεις με πεδίο ορισμού A και B αντίστοιχα, τότε η $g \circ f$ ορίζεται, αν $f(A) \cap B \neq \emptyset$
- ii. Μία συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν, για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της, εξίσωση $y = f(x)$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x .
- iii. Μια συνάρτηση της μορφής $f(x) = a$, όπου $a \in \mathbb{R}$, έχει μονοσύνολο για σύνολο τιμών.
- iv. Αν μία συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα $[a, \beta]$, τότε η f παίρνει μία μέγιστη τιμή M και μία ελάχιστη τιμή m .
- v. Η γραφική παράσταση μιας άρτιας συνάρτησης f είναι συμμετρική ως προς τον άξονα $y'y$.

A2. Πότε δύο συναρτήσεις f και g λέγονται ίσες ;

A3. Πότε μια συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ παρουσιάζει μέγιστο στο $x_0 \in A$;

(3 · 5 + 5 + 5 = 25 μονάδες)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = (x + 1)^2$ και $g(x) = \sqrt{x} - 1$

B1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων f και g

B2. Να παραστηθούν γραφικά οι C_f και C_g .

B3. Να μελετηθούν ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα οι C_f και C_g .

B4. Επιβεβαιώστε αλγεβρικά την απάντησή σας.

B5. Να προσδιοριστούν οι συναρτήσεις $g \circ f$ και $f \circ g$

(3 + 5 + 5 + 6 + 6 = 25 μονάδες)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις

$f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, με τύπο $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ και

$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, με τύπο $g(x) = e^x - 1$.

Γ1. Να δειχθεί ότι η συνάρτηση g είναι 1-1.

Γ2. Να βρεθεί η αντίστροφη της f .

Γ3. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να σχεδιαστούν οι C_g και C_{g-1} και με την βοήθεια αυτών, να βρεθούν τα κοινά τους σημεία.

Γ4. Να λυθεί η εξίσωση $e^x - 3 = \frac{x+2}{x-1}$, στο $\Delta = (-\infty, 1)$.

Γ5. Να λυθεί η ανίσωση $-2x^2 - 4 < \ln \frac{3x^2 + 5}{x^2 + 1}$.

(5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 25 μονάδες)

ΘΕΜΑ Δ

Έστω γνησίως μονότονη συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(2, 5)$ και $B(4, 2)$.

Δ1. Ναδειχθεί ότι αντιστρέφεται.

Δ2. Να βρεθεί το είδος της μονοτονίας της f .

Δ3. Να λυθεί η εξίσωση $f(f(x^2 - 5) + x^3 - 1) - f(x^3 + 1) = 0$

Δ4. Να λυθεί η ανίσωση $f(f(|x| - 4) - 1) < f^{-1}(5)$

(4 + 7 + 7 + 7 = 25 μονάδες)

ΝΑ ΕΧΕΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

<p>ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 2 ΩΡΕΣ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΚΑΡΑΓΙΑΝΝΙΔΗΣ (7MATHS)</p>
