#Ορισμός

- Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A, θα λέγεται **άρτια**, όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει :

$$\boxed{-x \in A \quad \text{και} \quad f(-x) = f(x)}$$

*«Επιπλέον, η γραφική παράσταση, μιας άρτιας συνάρτησης, έχει **άξονα συμμετρίας** τον άξονα **y'y**.»*

- Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A, θα λέγεται **περιττή**, όταν για κάθε $x \in A$ ισχύει :

$$\boxed{-x \in A \quad \text{και} \quad f(-x) = -f(x)}$$

*«Επιπλέον, η γραφική παράσταση, μιας περιττής συνάρτησης, έχει **κέντρο συμμετρίας** την αρχή των αξόνων **O**.»*

#Μέθοδος

Για να δείξουμε εάν μία συνάρτηση είναι άρτια, περιττή ή τίποτα από τα δύο, ακολουθούμε τον ορισμό και συνεπώς τα παρακάτω βήματα :

1° : βρίσκουμε το πεδίο ορισμού A, της συνάρτησης

2° : ελέγχουμε εάν για κάθε $x \in A$ ισχύει και $-x \in A$

3° : ελέγχουμε εάν ισχύει είτε η ισότητα $f(-x) = f(x)$ ούτως ώστε η συνάρτηση f να είναι άρτια, είτε η ισότητα $f(-x) = -f(x)$ ούτως ώστε η f να είναι περιττή.

#Εξάσκηση

Να εξετασθεί, ποιες από τις παρακάτω συναρτήσεις είναι άρτιες και ποιες είναι περιττές :

$$f(x) = x^2 + 1 \qquad g(x) = 2x^4 - 4x^2$$

$$h(x) = x^3 - 1 \qquad \varphi(x) = 5|x| + 2$$

$$t(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{1-x} \qquad \zeta(x) = 5x^5 + 3x^3$$

$$v(x) = \frac{x^3}{x^2+7} \qquad \xi(x) = \frac{x^4 - 1}{x}$$