

**Ασκήσεις Εμπέδωσης**

**#1** Ισχυρισμός : “Κάθε συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  που είναι **1-1** είναι και γνησίως μονότονη“. Να χαρακτηρίσετε τον ισχυρισμό αυτό, είτε αληθή είτε ψευδή αιτιολογώντας την απάντησή σας.

(Α2. | πανελλήνιες 2018)

**#2** Να αποδειχθεί ότι, μία συνάρτηση  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι **1-1**, αν και μόνο αν για οποιαδήποτε  $x_1, x_2 \in A$  ισχύει :

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

(πρόταση σχολικού και όχι ορισμός)

**#3** Να αποδείξετε ότι αν δύο συναρτήσεις  $f, g$  είναι γνησίως αύξουσες σε ένα διάστημα  $\Delta$  και ισχύει ότι  $f(x) > 0$  και  $g(x) > 0$  για κάθε  $x \in \Delta$  τότε και η συνάρτηση  $f \cdot g$  θα είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $\Delta$ .

(σχολικό)

**#4** Να δείξετε ότι για μια συνάρτηση  $f$  γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$  και μια συνάρτηση  $g$  γνησίως φθίνουσα στο  $\Delta$ , οι συναρτήσεις  $f \circ g$  και  $g \circ f$  θα είναι γνησίως φθίνουσες στο διάστημα  $\Delta$ .

**#5** Να αποδείξετε ότι για τις συναρτήσεις  $h \uparrow \Delta$ ,  $f \downarrow \Delta$ , και  $g \downarrow \Delta$ , η συνάρτηση της σύνθεσης  $h \circ f \circ g$  θα είναι γνησίως αύξουσα στο διάστημα  $\Delta$ .

**#6** Να αποδείξετε τον παρακάτω ισχυρισμό :

“Οι γραφικές παραστάσεις  $C$  και  $C'$  των συναρτήσεων  $f$  και  $f^{-1}$  αντίστοιχα, είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία  $y = x$ , που διχοτομεί τις γωνίες  $x \hat{O} y$  και  $x' \hat{O} y'$  “.