Γνωρίζουμε πλέον ότι σε κάθε γραμμικό σύστημα έχουμε δύο (ή περισσότερες) γραμμικές εξισώσεις όπου ελέγχουμε εάν αυτές έχουν κάποια κοινή λύση, εάν δεν έχουν καμία κοινή λύση ή εάν έχουν άπειρες κοινές λύσεις.
Γραφικά δηλαδή, αναζητούμε πότε οι ευθείες μας έχουν κάποιο κοινό σημείο, πότε είναι παράλληλες και πότε ταυτίζονται.

Τι θα συνέβαινε όμως εάν οι εξισώσεις που μας δίνονται σε κάποιο σύστημα <u>δεν</u> είναι όλες γραμμικές;

Εάν είχαμε παραδείγματος χάριν το σύστημα : $\begin{cases} 3x - y = 4 \\ x^2 + y^2 = 16 \end{cases}$

εύκολα προκύπτει ότι, η πρώτη εξίσωση που μας δίνεται είναι γραμμική της μορφής **αx + βy = γ** ενώ η δεύτερη εξίσωση <u>δεν</u> είναι γραμμική.
Για την ακρίβεια η δεύτερη εξίσωση, όπως και κάθε εξίσωση της μορφής $\mathbf{x^2 + y^2 = \rho^2}$ απεικονίζει γραφικά έναν **κύκλο**.

Θα είχε νόημα να αναζητήσουμε τα κοινά σημεία (εάν υπάρχουν) μιας ευθείας και ενός κύκλου;
Φυσικά!

Το παραπάνω σύστημα όμως, χαρακτηρίζεται **μη-γραμμικό** και την λύση του **<u>δεν</u>** δύναται να μας την προσφέρει η μέθοδος της ορίζουσας!

Ας δούμε πως θα μπορούσαμε να επιλύσουμε το παραπάνω σύστημα :

(α' τρόπος) Αλγεβρική επίλυση

- *Για την αλγεβρική επίλυση του άνω συστήματος, θα αξιοποιήσουμε την ήδη γνώριμη <u>μέθοδο της αντικατάστασης</u> και θα επιλέξουμε να λύσουμε την πρώτη εξίσωση ως προς y.*
- ✔ *Θα έχουμε λοιπόν :*

$$3x - y = 4 \Leftrightarrow -y = 4 - 3x \Leftrightarrow y = 3x - 4$$

- ✔ *αντικαθιστούμε το y στην δεύτερη εξίσωση με το 3x – 4*

$$x^2 + \mathbf{(3x-4)^2} = 16 \Leftrightarrow x^2 + 9x^2 - 2(3x)4 + 4^2 = 16$$
$$\Leftrightarrow 10x^2 - 24x + 16 = 16 \Leftrightarrow 10x^2 - 24x = 0 \qquad (1)$$

- ✔ *λύνοντας την εξίσωση που προέκυψε, διαπιστώνουμε ότι*

$$(1) \Leftrightarrow x(10x - 24) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } 10x - 24 = 0 \Leftrightarrow \mathbf{x = 0} \text{ ή } \mathbf{x = \frac{24}{10}}$$

✔ *από την εξίσωση $3x - y = 4$, για $x = 0$, προκύπτει :*

$$3 \cdot 0 - y = 4 \Leftrightarrow \mathbf{y = -4}$$

✔ *ενώ αντίστοιχα για $x = \frac{24}{10}$, προκύπτει :*

$$3 \cdot \frac{24}{10} - y = 4 \Leftrightarrow -y = 4 - \frac{72}{10} \Leftrightarrow \mathbf{y = \frac{32}{10}}$$

✔ *επομένως οι δύο λύσεις του συστήματος θα είναι οι*

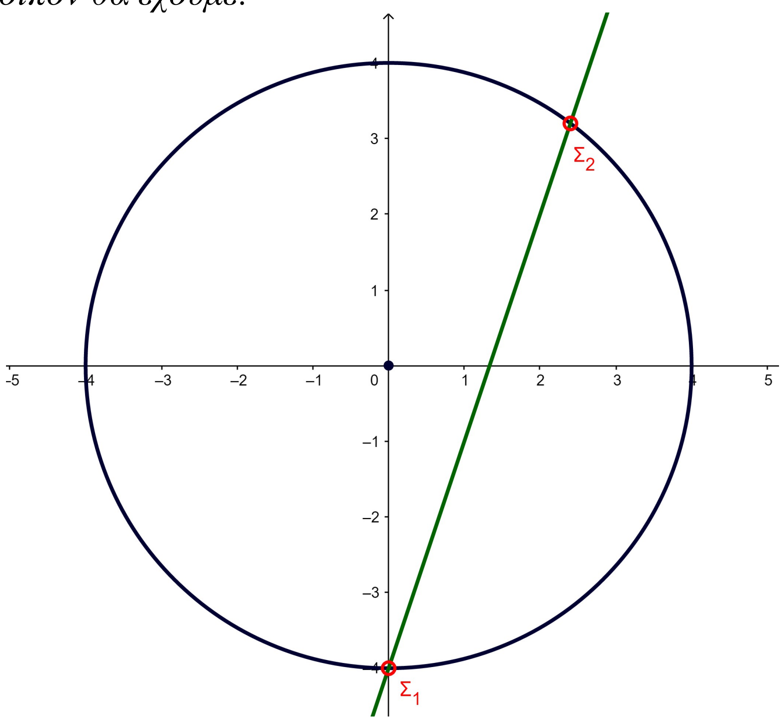
$$(x_1 , y_1) = (0 , -4) \text{ και } (x_2 , y_2) = (\frac{24}{10} , \frac{32}{10})$$

(β' τρόπος) Γραφική επίλυση

➢ *Η ιδέα παραμένει η ίδια, δηλαδή το να σχεδιάσουμε τις γραφικές παραστάσεις των δύο εξισώσεων και έπειτα να ελέγξουμε εάν έχουν σημεία τομής.*

(Σαφώς σε τούτα τα συστήματα η γραφική επίλυση είναι δύσκολο να πραγματοποιηθεί και για τον λόγο αυτό δεν προτιμάται.)

✔ *Γραφικά λοιπόν θα έχουμε:*



✔ *όπου το $Σ_1$ έχει συντεταγμένες (0 , -4) ενώ το $Σ_2$ έχει συντεταγμένες $(\frac{24}{10} , \frac{32}{10})$.*