*#**Θ**εωρία*

Ορισμός : Η τετραγωνική ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού α, συμβολίζεται με $\sqrt{\alpha}$ και είναι ο **μη αρνητικός** αριθμός, που όταν υψωθεί στο τετράγωνο, δίνει αποτέλεσμα α.

Δηλαδή, $\sqrt{\alpha}=x$ έτσι ώστε $x^2=\alpha$, με $x \geq 0$.

Ιδιότητες :

- ➔ $(\sqrt{\alpha})^2 = \alpha$
- ➔ $\sqrt{\alpha^2} = |\alpha|$
- ➔ $\sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha\cdot\beta}$
- ➔ $\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$

#Σημαντική παρατήρηση!

Ανάμεσα σε τετραγωνικές ρίζες με διαφορετική υπόριζη ποσότητα, **δεν** μπορώ να προσθέσω και ούτε φυσικά να αφαιρέσω. Δηλαδή, το $\sqrt{5}+\sqrt{4}$ **δεν** είναι ίσο με $\sqrt{5+4}=\sqrt{9}$!

Το μόνο που θα μπορούσαμε να κάνουμε, είναι να προσθέσουμε (ή και να αφαιρέσουμε) ρίζες με ίδια υπόριζη ποσότητα με την βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας!

Παραδείγματος χάριν : $5\sqrt{2}+3\sqrt{2}=(5+3)\sqrt{2}=8\sqrt{2}$.

#Σπουδαία τακτική

Συχνά σε αριθμητικές παραστάσεις (και όχι μόνο), συναντάμε τετραγωνικές ρίζες των οποίων η τιμή είναι άρρητος αριθμός όπου φυσικά δεν μπορούμε να υπολογίσουμε με ακρίβεια. Τότε λοιπόν, αξιοποιούμε όσο το δυνατόν καλύτερα τις παραπάνω ιδιότητες ώστε να καταφέρουμε να απλοποιήσουμε τις τετραγωνικές αυτές ρίζες που μας "δημιουργούν πρόβλημα" και κατ' επέκτασιν να υπολογίσουμε την τιμή της ζητούμενης παράστασης.

Παραδείγματος χάριν : Να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης $A=\sqrt{96}+\sqrt{72}-\sqrt{32}$

- ✔ παρατηρούμε ότι δεν υπάρχουν αριθμοί που αν υψωθούν στο τετράγωνο να μας δίνουν 96, 72 και 32 αντίστοιχα
- ✔ οι ρίζες αυτές λοιπόν που μας δίνονται θα πρέπει με κάποιον τρόπο να απλοποιηθούν ώστε να μπορέσουμε να υπολογίσουμε την τιμή της παράστασης Α

- ✔ παρατηρώντας λίγο καλύτερα, οι αριθμοί 96, 72, και 32, θα δούμε ότι γράφονται ως γινόμενα με παράγοντα το 2
- ✔ έχουμε λοιπόν ότι $96 = \mathbf{49}\cdot 2$, $72 = \mathbf{36}\cdot 2$, $32 = \mathbf{16}\cdot 2$
- ✔ τις ρίζες όμως των αριθμός 49, 36 και 16, τις γνωρίζουμε! Να λοιπόν το "κλειδί στην υπόθεση μας"

Η παράσταση Α γράφεται :

$$\begin{aligned}\sqrt{96}+\sqrt{72}-\sqrt{32} &= \sqrt{49\cdot 2}+\sqrt{36\cdot 2}-\sqrt{16\cdot 2} = \sqrt{49}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{36}\cdot\sqrt{2}-\sqrt{16}\cdot\sqrt{2}\\ &= 7\sqrt{2}+6\sqrt{2}-4\sqrt{2} = 13\sqrt{2}-4\sqrt{2} = \underline{9\sqrt{2}}\ .\end{aligned}$$

*#**Ρ**ητοποίηση παρονομαστή*

Εάν συναντήσουμε κάποιο κλάσμα με άρρητο παρονομαστή και θέλουμε να τον μετατρέψουμε σε ρητό, τότε το "τρικ" είναι να πολλαπλασιάσουμε τους όρους του κλάσματος με τον παρονομαστή.

Παραδείγματος χάριν : $\dfrac{7}{\sqrt{5}} = \dfrac{7\cdot\sqrt{5}}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}} = \dfrac{7\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \dfrac{7\sqrt{5}}{5}$.

*#**Α**σκήσεις προς λύση :*

1. Να υπολογίσετε τις τιμές των $\sqrt{36}$, $\sqrt{64}$, $\sqrt{81}$, $\sqrt{100}$.
2. Να υπολογίσετε τις τιμές των $\sqrt{3600}$, $\sqrt{6400}$, $\sqrt{8100}$, $\sqrt{10000}$.
3. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 5\sqrt{7}+10\sqrt{7}-20\sqrt{7}$.
4. Να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης $B = \sqrt{16}+\sqrt{27}+\sqrt{75}-\sqrt{108}$.
5. Να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης $\Gamma = \sqrt{9+8\sqrt{21+\sqrt{8\sqrt{4}}}}$.
6. Να αποδείξετε ότι $(\sqrt{8}-\sqrt{5})(\sqrt{5}+\sqrt{8}) = 3$.
7. Να μετατραπούν τα κλάσματα σε ισοδύναμε με ρητό παρονομαστή :

$$\frac{7}{\sqrt{7}}\quad,\quad\frac{3}{3\sqrt{3}}\quad,\quad\frac{\sqrt{8}+\sqrt{5}}{\sqrt{8}-\sqrt{5}}$$